**2- کدام گزینه مقایسه ای صحیح بین پیچیدگی زمانی الگوریتم ها را نشان می دهد؟**

1.

2.

3.

4.

***جواب:*** گزینه (1)

مرتبه اجرایی توابع به ترتیب صعودی از چپ به راست

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **نمایی** | | | | **چند جمله ای** | **لگاریتمی** | **خطی** | | | |
| نمایی | نمایی | فاکتوریل | توانی | مرتبه 2 | توابع لگاریتمی | خطی | خطی | لگاریتمی | ثابت |
| O (nn!) | O (nn) | O (n!) | O (2n) | O (n2) | O (n Log n) | O (n) | O | O (log n) =  O (logⁿ₂) | O (1) |

بنابراین جواب صحیح گزینه (1) می باشد.

------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

**4- در رشد توابع زیر کدام ترتیب صحیح می باشد؟**

1.

2.

3.

4.

***جواب:*** گزینه (4)

با توجه به ترتیب رشد توابع داریم:

توابع نمایی > توابع چند جمله ای > توابع لگاریتمی > توابع خطی

بنابراین جواب صحیح گزینه (4) می باشد.

------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

**6. جواب رابطه ی بازگشتی زیر کدام است؟**

1. O(n)

n

2. O(n log n)

3.

4.

***جواب:*** گزینه (2)

n

درخت بازگشتی رابطه فوق بصورت زیر است:

n

n

n

n

n

n

n

n

طولانی ترین مسیر از ریشه به برگ ها مسیر→ … → 1 n → n → است پس در نتیجه ارتفاع درخت است. بنابراین حداکثر رابطه بازگشتی فوق برابر است با:

بنابراین جواب صحیح گزینه (2) می باشد.

------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

**8- بدترین حالت زمانی الگوریتم جستجوی دودویی (BinSrch) برای جستجوی موفق و ناموفق به ترتیب از راست به چپ کدام است؟**

1. O(log n) ، O(log n)

2. O(log n) ، θ(log n)

3. θ(log n) ، O(log n)

4. θ(log n) ، θ(log n)

***جواب:***  گزینه (2)

طبق الگوریتم محاسبه پیچیدگی بدترین حالت زمانی الگوریتم بازگشتی جستجوی دودویی برای جستجوی موفق و ناموفق به صورت زیر خواهد بود:

w(n) = +1 , w(1) = 1

با توجه به قضیه اصلی داریم:

a = 1 , b = 2 , k = 0 a = bk  T(n) = θ(lg n)

در نتیجه:

بنابراین جواب صحیح گزینه (2) می باشد.

------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

**10- در ضرب ماتریس ها به روش استراسن اگر مساله کوچک، ضرب ماتریس 2×2 باشد، برای ضرب دو ماتریس 8×8 چند ضرب عددی صورت می پذیرد؟**

1. 392

2. 343

3. 512

4. 256

***جواب:***  گزینه (1)

با توجه به فرمول ضرب ها در استراسن و جایگذاری n = 8 داریم:

بنابراین جواب صحیح گزینه (1) می باشد.

------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

**12- در گراف زیر، با اجرای الگوریتم پریم و شروع از رأس a ، درخت پوشای مینیمم دارای کدام هزینه خواهد بود؟**

1

7

2

8

4

10

9

6

5

3

a

f

b

e

c

d

1. 11

2. 15

3. 20

4. 22

***جواب:***  گزینه (3)

مرحله اول: تمام رئوس مجاور به a عبارتند از {b,f} و یال ها eab = 1 و eaf = 7 بنابراین رأس b انتخاب و یال eab به مجموعه F اضافه می شود یعنی خواهیم داشت Y={a,b} , F={eab}

مرحله دوم: رئوس مجاور به Y عبارتند از {f,c,e} و یال ها ebc = 4 و ebe = 5 بنابراین رأس f و یال ebf به مجموعه اضافه می شود یعنی خواهیم داشت Y={a,b,f} , F={eab, ebf }

مرحله سوم: رئوس مجاور به Y عبارتند از { c,e} و یال ها efc = 3 و efe = 8 بنابراین رأس c و یال efc به مجموعه اضافه می شود یعنی خواهیم داشت Y={a,b,f,c} , F={eab, ebf , efc }

مرحله چهارم: رئوس مجاور به Y عبارتند از { b,e} و یال ها ebe = 5 و ece = 6 و ecd = 9 و efe = 8 بنابراین رأس e و یال ebe به مجموعه اضافه می شود یعنی خواهیم داشت Y={a,b,f,c,e} , F={eab, ebf , efc , ebe }

مرحله پنجم: رئوس مجاور به Y عبارتست از d و یال ها eed = 10 و ecd = 9 بنابراین رأس d و یال ecd به مجموعه اضافه می شود یعنی خواهیم داشت Y={a,b,f,c,e,d} , F={eab, ebf , efc , ebe , ecd }

بنابراین داریم:

e = 1 + 2 + 3 + 5 + 9 = 20

بنابراین جواب صحیح گزینه (3) می باشد.

------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

**14- در صورتیکه یک گراف خلوت (متراکم) باشد، الگوریتم ........... سریعتر از الگوریتم ................ عمل می کند، در این حالت پیچیدگی زمانی الگوریتم کروسکال .................. است. (بترتیب از راست به چپ)**

1. کروسکال، پریم، θ (n log n)

2. کروسکال، پریم، θ(n)

3. پریم، کروسکال، θ(n)

4. پریم، کروسکال، θ(n log n)

***جواب:***  گزینه (1)

برای گرافی که تعداد یال های آن نزدیکتر به کرانه پایینی باشد (گراف متراکم) الگوریتم کروسکال θ (n log n) است یعنی از پریم سریعتر است.

بنابراین جواب صحیح گزینه (1) می باشد.

------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

**16- فرض کنید برای n=7، کارها، مهلت و بهره های مربوط به کارها را به صورت زیر داریم، جواب بهینه با الگوریتم زمانبندی با مهلت کدام است؟**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| بهره | مهلت | کار |
| 60 | 3 | 1 |
| 50 | 1 | 2 |
| 30 | 1 | 3 |
| 20 | 2 | 4 |
| 15 | 3 | 5 |
| 10 | 1 | 6 |

1. جواب بهینه {1,2,6,4} با سود 130 خواهد بود.

2. جواب بهینه {2,4,1,5} با سود 130 خواهد بود.

3. جواب بهینه {2,4,1} با سود 130 خواهد بود.

4. جواب بهینه {2,4,7,1} با سود 130 خواهد بود.

***جواب:***  گزینه (3)

نخست مقدار J را برابر صفر قرار داده و طبق جدول زیر مراحل را انجام می دهیم

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| مجموعه امکان پذیر | سود | J | مرحله |
| هست | 0 | 0 | 0 |
| هست | 60 | {1} | 1 |
| هست | 110 | {1و2} | 2 |
| نیست | 110 | {1و3و2} | 3 |
| هست | 130 | {1و4و2} | 4 |
| نیست | 130 | {5و1و4و2} | 5 |
| نیست | 130 | {4و6و2و1} | 6 |

بنابراین جواب صحیح گزینه (3) می باشد.

------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

**18- تعداد اعمال جمع برای الگوریتم ضریب دو جمله ای با استفاده از برنامه نویسی پویا کدام است؟**

1. 6

2. 9

3. 12

4. 19

***جواب:***  گزینه (2)

تعداد اعمال جمع برای الگوریتم ضریب دو جمله ای با استفاده از برنامه نویسی پویا برابر است با:

T(n,k) =

**بنابراین داریم:**

T(5,3) = = 9

بنابراین جواب صحیح گزینه (2) می باشد.

------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

**20- پیچیدگی محاسباتی در هر حالت برای الگوریتم حداقل ضربها .................. می باشد.**

1. (n22n)θ

2. θ(n log n)

3. (n2)θ

4. (n3)θ

***جواب:***  گزینه (4)

برای تعیین حداقل تعداد ضرب های مورد نیاز برای ضرب n ماتریس داریم:

int minmult (int n, int m[] [n+1])

{

int i, j, L;

for (i=1 ; i<=n ; i++)

m[i][i] = 0;

for (L=1 ; L<n ; L++)

for (i=1 ; i<= n-L ; i++)

{

j=i+L;

m[i][j]=min(m[i][k] + m[k+1][j] + r[i-1] \* r[k] \* r[j]);

i<=k<j

}

return m[n][1]

}

که در آن مقایسه ای که برای min انجام می شود را به عنوان عمل اصلی در نظر می گیریم. برای انجام اینکار، سه حلقه تودرتو وجود دارد (حلقه با اندیس i ، حلقه با اندیس j و حلقه با اندیس k)

چون j=i+L به ازای مقادیر معلوم L و i تعداد گذرها از حلقه k عبارت است از:

j-1-i+1 = i+L-1-i+1 = L

به ازای مقادیر معلوی از L، تعداد گذرها از حلقه for با اندیس i برابر n-L است. چون L از یک تا n-1 تغییر می کند، تعداد کل دفعاتی که عمل اصلی انجام می شود، عبارت است از:

بنابراین جواب صحیح گزینه (4) می باشد.

------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

**22- تعداد فراخوانی ها برای محاسبه *P*(3,3) در تابع world series زیر کدام است؟**

float worldseries (int n, float p, float q)

{

int m,k;

float p[][n+1];

for (m=1; m<=n; m++)

{

P[0][m] = 1;

P[m][0] = 0;

for (k=1; k<=m-1; k++)

p[k][m-k]=p\* p[k-1][m-k]+q \* p[k][m-k-1];

}

for (m=1; m<=n; m++)

for (k=0; k<n-m; k++)

p[m+k][n-k]=p\* p[m][m+k-1]+q \* p[k+m][n-k-1];

return p[n][n];

}

1. 20

2. 18

3. 40

4. 38

***جواب:***  گزینه (4)

برای الگوریتم فوق داریم:

P(i,j) = p\*P(i-1,j) + q \* P(i,j-1)

بنابراین:

P(3,3) = 3\*((2\*3) + (1\*3)) +( 1- ( 2\*(3\*2)) ) = 3\*9+(1-(12)) = 38

در نتیجه جواب صحیح گزینه (4) می باشد.

------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

**24- تعداد درخت های جستجوی دودویی که با 3 کلید متمایز می توان ساخت کدام است؟**

1. 15

2. 8

3. 5

4. 3

***جواب:***  گزینه (3)

جواب صحیح گزینه (3) می باشد.

------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

تشریحی

**2- الگوریتم کروسکال را بر روی گراف زیر اجرا کنید، درخت پوشای مینیمم را مرحله به مرحله رسم کرده و هزینه ی نهایی درخت حاصل را بدست آورید؟**

5

2

4

6

3

3

1

V5

V4

V3

V2

V1

***جواب:***

ابتدا یال ها را برحسب وزنشان مرتب سازی غیر نزولی می کنیم:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| e24 | e45 | e34 | e23 | e13 | e35 | e12 | یال |
| 6 | 5 | 4 | 3 | 3 | 2 | 1 | وزن |

حال به ترتیب یال ها را انتخاب می کنیم یال ابتدایی یال e12 است و داریم:

1

در انتخاب بعدی یال e35 را خواهیم داشت

V2

V1

یعنی

2

V3

و خواهیم داشت f=e12 + e35

V5

در مرحله بعد یال e13 را داریم و به مجموعه f افزوده و خواهیم داشت: f= {e12, e35, e13}

V2

V1

1

V3

3

2

در مرحله بعد یال e23 را داریم که به دلیل تشکیل دور نمی توان آنرا انتخاب کرد و بنابراین یال e34 را

V5

انتخاب کرده و به مجموعه f افزوده خواهد شد و خواهیم داشت: f = {e12, e35, e13, e34}

V2

V1

1

4

V4

V3

3

چون تعداد رئوس 5 است و تعداد یال های مجموعه f به 5-1 = 4 رسیده است پس

2

الگوریتم به پایان می رسد و درخت پوشای مینیمم حاصل با هزینه 10 و شکل روبرو خواهد بود

V5

**4- برنامه مربوط، به طولانی ترین زیر رشته مشترک دو رشته X و Y را با برنامه نویسی پویا بنویسید؟**

***جواب:***

void Print-LCS ( b , X , i , j )

{

if ( i=0 || j=0 )

return;

if ( b[i,j] = “ ↖ ” )

{

Print\_LCS ( b , X , i-1 , j-1 );

Print Xi ;

}

else if ( b[i,j] = “ ↑ “ )

Print\_LCS ( b , X , i-1 , j );

else

Print\_LCS ( b , X , i , j-1 ) ;

}

فراخوانی ابتدایی تابع بصورت زیر می باشد:

Print\_LCS ( b , X , length(X) , length(Y) ) ;